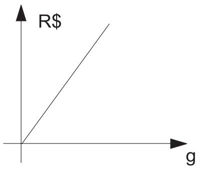
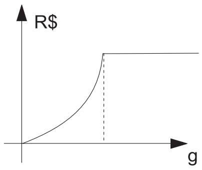
1

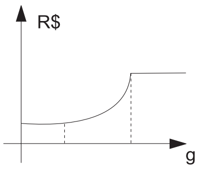
O dono de um restaurante resolveu modificar o tipo de cobrança, misturando o sistema a quilo com o de preço fixo. Ele instituiu o seguinte sistema de preços para as refeições:

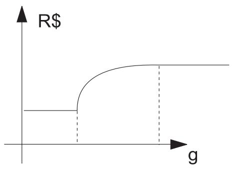
Até 300 g	—	R\$ 3,00 por refeição
Entre 300 g e 1 kg	—	R\$ 10,00 por quilo
Acima de 1 kg	—	R\$ 10,00 por refeição

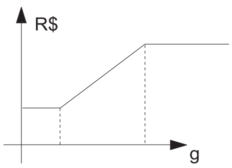
O gráfico que melhor representa o preço das refeições nesse restaurante é:

(A)


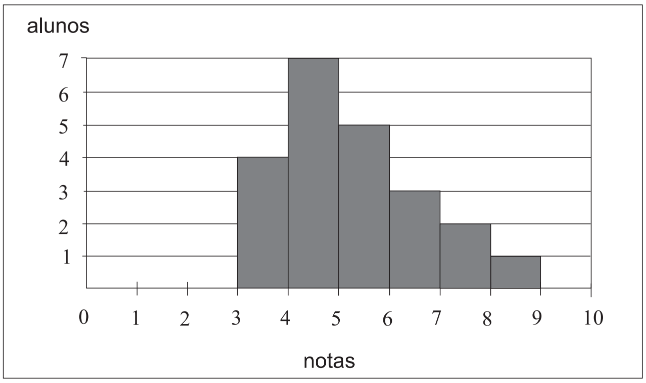
(B)


(C)


(D)


(E)


2



Para analisar o desempenho de seus alunos em uma prova, um professor dividiu as notas obtidas em classes de 3 (inclusive) a 4 (exclusive), de 4 (inclusive) a 5 (exclusive), e assim por diante. Com os resultados, ele produziu o histograma da figura acima. Analisando esse histograma, pode-se afirmar que:

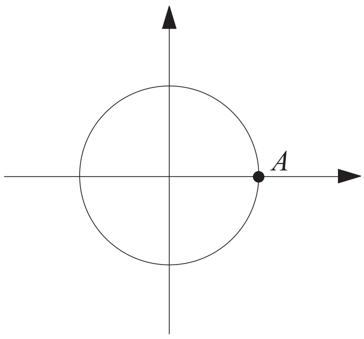
(A) a maior nota na prova foi 7.
(B) a nota média foi 6.
(C) 50% dos alunos obtiveram nota menor que 5.
(D) um dos alunos obteve nota maior que 9.
(E) exatamente 5 alunos obtiveram nota menor que 6.

3

Sobre a dízima periódica 0,999... , pode-se afirmar que:

(A) é um número irracional.
(B) $\sqrt{0{,}999...} = 0{,}333...$
(C) $0{,}999... = 1.$
(D) $0{,}999... = \frac{999}{1000}$
(E) 0,999... não pode ser igual a 1, porque sua geratriz não pode ser um número inteiro.

4



Na circunferência acima, de raio r, considera-se o arco AP, no sentido anti-horário, que mede 2 radianos.
Sobre a posição de P, pode-se afirmar que:

(A) está no 1º quadrante.
(B) está no 2º quadrante.
(C) está no 3º quadrante.
(D) coincide com A.
(E) depende do raio r.

5

Uma função polinomial do segundo grau, $f(x)$, se anula nos pontos $x = 1$ e $x = 5$.
Então, pode-se afirmar que:

(A) $f(x) = x^2 - 5x + 6$.
(B) $f(x) = x^2 + 6x + 5$.
(C) $f(x) = ax^2 - 6ax + 5a$, para algum $a \in \mathbb{R}$.
(D) f tem um máximo no ponto $x = 3$.
(E) f tem um mínimo no ponto $x = 3$.

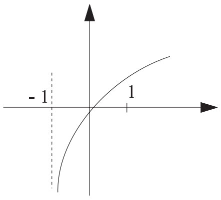
6

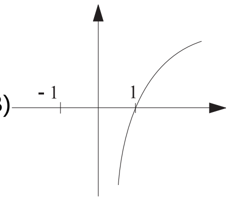
Sendo $A = (1, 11)$; $B = (-2, -7)$ e $C = (12, 1)$, o comprimento da mediana relativa ao lado BC do triângulo ABC é:

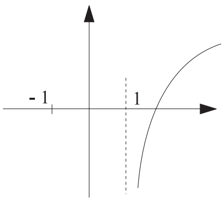
(A) 14
(B) $4\sqrt{5}$
(C) $6\sqrt{5}$
(D) $2\sqrt{53}$
(E) $\sqrt{210}$

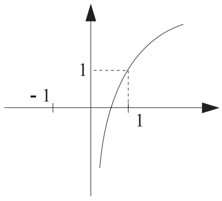
7

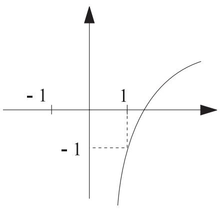
O gráfico da função $f(x) = \ln(x + 1)$ é:

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

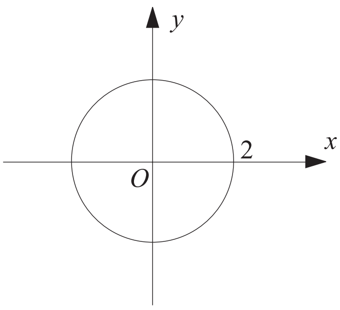
(E) 

8

Um polinômio $p(x)$, quando dividido por $d(x) = x^2 - 1$, deixa resto $r(x) = 2x + 3$. Então, $p(1)$ é igual a:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

9



O círculo da figura acima tem centro $O = (0,0)$ e passa pelo ponto $(2,0)$. Então:

(A) a circunferência do círculo é representada pela equação $x^2 + y^2 = 2$.

(B) o interior do círculo é representado pela inequação $x^2 + y^2 < 2$.

(C) o interior do círculo é representado pela inequação $x^2 + y^2 < 4$.

(D) o exterior do círculo é representado pela inequação $x^2 + y^2 > 2$.

(E) o ponto $(1,1)$ pertence à circunferência.

10

O sistema $\begin{cases} x + y + 2z = 0 \\ x - py + z = 0 \\ px - y - z = 0 \end{cases}$ admite solução diferente de $(0,0,0)$ se e somente se:

(A) $p = 1$

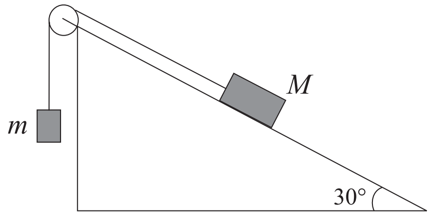
(B) $p \neq 0$

(C) $p = 0$

(D) $p = 0$ *ou* $p = -1$

(E) $p^2 - p \neq 0$

11



Na figura acima, o bloco de massa M repousa, sem atrito, sobre o plano inclinado e está ligado, por um fio inextensível, ao corpo de massa m.

Se o sistema está em equilíbrio, então a razão m/M é igual a:

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) $\sqrt{3}$

(E) 1

12

Considere a afirmação:

"Dados quaisquer k números inteiros pares consecutivos, um deles é múltiplo de 3".

Sobre os valores de k, pode-se afirmar que:

(A) o menor valor positivo de k que torna a afirmação verdadeira é 2.

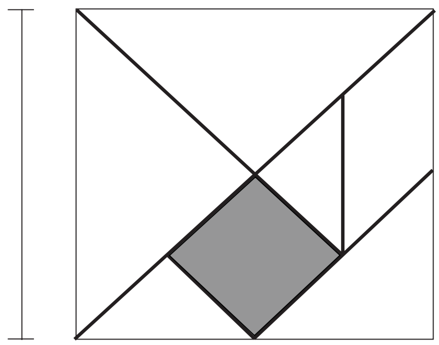
(B) o menor valor positivo de k que torna a afirmação verdadeira é 3.

(C) o menor valor positivo de k que torna a afirmação verdadeira é 4.

(D) a afirmação é verdadeira para qualquer valor positivo de k.

(E) não existe k positivo que torne a afirmação verdadeira.

13



Um "tangram" é um quebra-cabeça geométrico de 7 peças, construído a partir de um quadrado, como mostra a figura acima. Se um "tangram" é construído a partir de um quadrado de 10 cm de lado, a área do quadrado sombreado mede:

(A) $\frac{5}{2}\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

(B) $5\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

(C) $\frac{25}{4}\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

(D) $12{,}5\ \text{cm}^2$

(E) $25\ \text{cm}^2$

14

A unidade de informação nos computadores digitais é o *bit* (abreviatura de binary digit, ou seja, dígito binário), que pode estar em dois estados, identificados com os dígitos 0 e 1. Usando uma seqüência de bits, podem ser criados códigos capazes de representar números, caracteres, figuras, etc. O chamado código ASCII, por exemplo, utiliza uma seqüência de 7 bits para armazenar símbolos usados na escrita (letras, sinais de pontuação, algarismos, etc). Com estes 7 bits, quantos símbolos diferentes o código ASCII pode representar?

(A) 7!

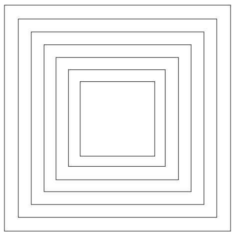
(B) 7

(C) 14

(D) 49

(E) 128

15



Um enfeite, feito de arame, tem a forma da figura acima. São 7 quadrados igualmente espaçados, o interno com lado igual a 1 cm, e o externo, com lado igual a 3 cm.

O comprimento total de arame usado nesse enfeite é de:

(A) 42 cm

(B) 56 cm

(C) 77 cm

(D) 84 cm

(E) 90 cm

16

Considere as afirmativas a respeito da equação $2x^3 - 3x^2 + x - 1 = 0$:

I - tem $-\sqrt{2}$ como raiz;

II - tem pelo menos uma raiz racional;

III - tem pelo menos uma raiz real entre 1 e 2.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) III, apenas.

(D) I e II, apenas.

(E) II e III, apenas.

17

O conjunto das soluções da inequação $(1/2)^x < 5$ é:

(A) $\mathbb{R}$

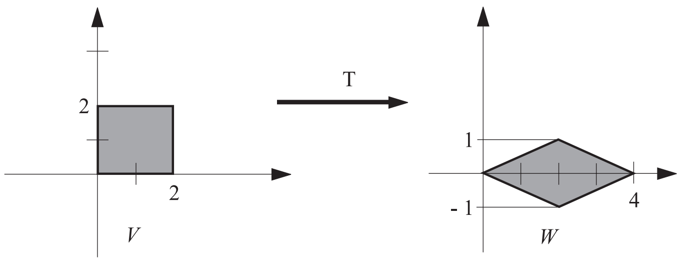
(B) $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x < -\frac{\ln 5}{\ln 2}\right\}$

(C) $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x > \frac{\ln 5}{\ln 2}\right\}$

(D) $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x > -\frac{\ln 5}{\ln 2}\right\}$

(E) $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x > -\ln 3\right\}$

18



Qual das matrizes abaixo pode representar, em relação à base canônica do $\mathbb{R}^2$, uma transformação linear que leva a figura V na figura W?

(A) $\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$

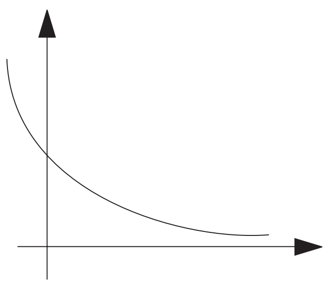
(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1/2 & 1/2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

(E) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

19



A figura acima mostra o gráfico de uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Sobre os sinais de sua derivada f' e de sua derivada segunda f'' pode-se afirmar que:

(A) $f' < 0$ e $f'' < 0$
(B) $f' < 0$ e $f'' > 0$
(C) $f' = 0$ e $f'' > 0$
(D) $f' > 0$ e $f'' < 0$
(E) $f' > 0$ e $f'' > 0$

20

Dado o número complexo $z = 1 - i$, o complexo z^{13} é igual a:

(A) $2^{13}(1 - i)$

(B) $32\sqrt{2}\,(-1 - i)$

(C) $13\sqrt{2}\,(1 - i)$

(D) $32\,(1 + i)$

(E) $64\,(-1 + i)$

21

Considere a área limitada pelo eixo dos x, pela parábola $y = x^2$ e pela reta $x = b,\ b > 0$. O valor de b para que essa área seja igual a 72 é:

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3

22

O número de soluções da equação $4x + 7y = 83$, onde x e y são inteiros positivos, é:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) infinito

23

Seja $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear cujo núcleo tem dimensão 1. Então, pode-se afirmar que:

(A) T é injetora.

(B) T é sobrejetora.

(C) a imagem de T tem dimensão 1.

(D) a imagem de T tem dimensão 2.

(E) o vetor nulo é o único vetor cuja imagem por T é nula.

24

Considere as seguintes afirmativas sobre seqüências de números reais:

I - uma seqüência de irracionais pode convergir a um racional;

II - uma seqüência de números positivos pode convergir a um número negativo;

III - se todos os termos de uma seqüência convergente são menores que 1, então seu limite também é menor que 1.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

(A) I, apenas.

(B) II, apenas.

(C) III, apenas.

(D) I e II, apenas.

(E) I, II e III.

25

O algoritmo abaixo calcula $\sum_{n=0}^{10} \frac{1}{1+2^n}$. A variável p representa o valor de 2^n a cada iteração, enquanto s representa a soma das parcelas já consideradas.

$p \leftarrow 1$
$s \leftarrow 0$
Execute 11 vezes as instruções abaixo.
  $s \leftarrow s + \frac{1}{1+p}$
  $p \leftarrow \boxed{}$
Escreva s

Para que o algoritmo funcione corretamente, o espaço assinalado deve ser preenchido com:

(A) $1/p$ (B) $p+1$ (C) p^2 (D) 2^p (E) $2p$

26

Num cubo de aresta a, inscreve-se uma pirâmide regular de base quadrada, de modo que a sua base coincida com uma das faces do cubo, e o vértice da pirâmide, com o centro da face oposta. Então, a aresta lateral da pirâmide mede:

(A) a

(B) $a\frac{\sqrt{2}}{3}$

(C) $a\sqrt{\frac{3}{2}}$

(D) $a\sqrt{2}$

(E) $a\sqrt{3}$

27

Ao entrar em casa de amigos, cinco pesoas deixam seus guarda-chuvas com a dona da casa. Quando as pessoas resolvem pedi-los de volta para sair, a dona da casa constata que todos eles são aparentemente iguais, e resolve distribuí-los ao acaso. Qual a probabilidade de que exatamente três pessoas recebam cada uma o seu próprio guarda-chuva?

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{5}{12}$

28

Considerando duas funções não nulas tais que cada uma delas é igual à sua derivada, pode-se afirmar que:

(A) o quociente entre elas é uma constante.
(B) a soma delas é uma constante.
(C) ambas assumem o valor 1 no ponto 0.
(D) elas diferem por uma constante.
(E) em funções não nulas tal não ocorre.

29

Em um grupo G com operação $*$ e elemento neutro (ou identidade) e, o símbolo x^n representa $x * x * \ldots * x$ (n fatores). A *ordem* de um elemento é o menor natural k (se existir), tal que $x^k = e$. A esse respeito, considere as afirmativas abaixo.

I - Em qualquer grupo, só existe um elemento com ordem 1.
II - Existe um grupo com n elementos, onde nenhum elemento tem ordem n.
III - Em qualquer grupo com n elementos, no máximo um elemento tem ordem n.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):
(A) I, apenas.
(B) II, apenas.
(C) III, apenas.
(D) I e II apenas.
(E) I, II e III.

30

Considere as condições abaixo relativas a uma função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

I - Existe um $\varepsilon > 0$ tal que $|f(x)| < \varepsilon$ para todo x;
II - $|f(x)| \leq 1/x$ para todo $x > 0$;
III - f é positiva e estritamente decrescente para todo $x > 0$.

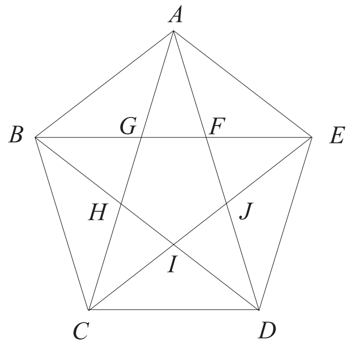
Destas condições, é(são) **suficiente(s)** para garantir que $\lim_{x \to \infty} f(x) = 0$:

(A) I, somente.
(B) II, somente.
(C) I e II, somente.
(D) II e III, somente.
(E) I, II e III.

PARTE B

QUESTÕES ABERTAS COMUNS AOS FORMANDOS DE BACHARELADO E DE LICENCIATURA

1



Sendo o pentágono $ABCDE$ regular, resolva os itens abaixo.

a) Determine os ângulos $A\hat{B}G$ e $G\hat{B}H$. **(valor: 5,0 pontos)**

b) Mostre que o triângulo ABH é isósceles, e que os triângulos ABC e BHC são semelhantes. **(valor: 5,0 pontos)**

c) Mostre que a razão entre os comprimentos de uma diagonal e de um lado do pentágono é o número áureo $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. **(valor: 10,0 pontos)**

2

Uma loja adota a seguinte promoção:
"Nas compras acima de R\$ 100,00, ganhe um desconto de 20% sobre o valor que exceder R\$ 100,00".

a) Duas amigas fazem compras no valor de R\$ 70,00 e R\$ 50,00, respectivamente. Que economia elas fariam se reunissem suas compras em uma única conta? **(valor: 5,0 pontos)**

b) Esboce o gráfico da função f que associa a cada valor de compras $x \geq 0$ o valor $f(x)$ efetivamente pago pelo cliente. **(valor: 5,0 pontos)**

c) Para $x > 100$, $f(x)$ é da forma $f(x) = ax + b$. Calcule os valores de a e b. **(valor: 10,0 pontos)**

3

Sejam $p_1=2$, $p_2=3$, $p_3=5, \ldots, p_n$ os n primeiros primos naturais.

a) Deduza que $p_1 p_2 p_3 \ldots p_n + 1$ é divisível por um primo diferente de $p_1, p_2, p_3, \ldots, p_n$, mencionando os resultados necessários na sua dedução. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Conclua, a partir de *(a)*, que existem infinitos primos. **(valor: 10,0 pontos)**

4

Existe uma única reflexão (ou simetria ortogonal) S do plano que transforma o ponto $(5, 0)$ no ponto $(3, 4)$.

a) Estabeleça uma equação para o eixo da reflexão S. **(valor: 5,0 pontos)**

b) Verifique que o eixo de S passa pela origem (portanto, S é uma transformação linear). **(valor: 5,0 pontos)**

c) Calcule a matriz (em relação à base canônica de $\mathbb{R}^2$) da reflexão S. **(valor: 10,0 pontos)**

5

O valor médio de uma função contínua e positiva f em um intervalo $[a,b]$ pode ser definido geometricamente como a altura de um retângulo com base $[a,b]$ e com área equivalente à área sob a curva $y = f(x)$ nesse intervalo.

a) Esboce o gráfico de $f(x) = sen\ x$, para $x \in [0,\pi]$, indicando seus valores máximo e mínimo. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Calcule o valor médio de $f(x) = sen\ x$ no intervalo $[0,\pi]$. **(valor: 10,0 pontos)**

PARTE C

QUESTÕES ABERTAS ESPECÍFICAS PARA OS FORMANDOS DE BACHARELADO

6

Um modelo clássico para o crescimento de uma população de determinada espécie está descrito a seguir. Indicando por $y = y(t)$ o número de indivíduos desta espécie, o modelo admite que a taxa de crescimento relativo da população seja proporcional à diferença $M - y(t)$, onde $M > 0$ é uma constante. Isto conduz à equação diferencial $\frac{y'}{y} = k(M - y)$, onde $k > 0$ é uma constante que depende da espécie.

Com base no exposto:

a) resolva a equação diferencial acima; **(valor: 10,0 pontos)**

b) considere o modelo apresentado para o caso particular em que $M = 1000$, $k = 1$ e $y(0) = 250$ e explique qualitativamente como se dá o crescimento da população correspondente, indicando os valores de t para os quais $y(t)$ é crescente, e o valor limite de $y(t)$ quando $t \to \infty$. **(valor: 10,0 pontos)**

7

Seja $\mathbb{Z}_3 = \{\bar{0}, \bar{1}, -\bar{1}\}$ o corpo de inteiros módulo 3 e $\mathbb{Z}_3[x]$ o anel de polinômios em x com coeficientes em $\mathbb{Z}_3$.

a) Mostre que $x^2 + x - \bar{1}$ é irredutível em $\mathbb{Z}_3[x]$. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Mostre que o anel quociente $\mathbb{Z}_3[x] \big/ (x^2 + x - \bar{1})$ é um corpo e que tem 9 elementos. **(valor: 10,0 pontos)**

8

Considere o subconjunto Γ do $\mathbb{R}^2$ dado pela equação $2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2)$.

a) Para que valores de x existem V_x, vizinhança de x, e função diferenciável $y = y(x)$ definida em V_x, satisfazendo $2(x^2 + y(x)^2)^2 = 25(x^2 - y(x)^2)$? Justifique. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Obtenha a reta tangente a Γ no ponto $(3, 1)$. **(valor: 10,0 pontos)**

9

Prove que se uma função $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ é contínua, então a imagem inversa $f^{-1}(V)$ de todo subconjunto aberto $V \subset \mathbb{R}^n$ é um subconjunto aberto de $\mathbb{R}^n$. **(valor: 20,0 pontos)**

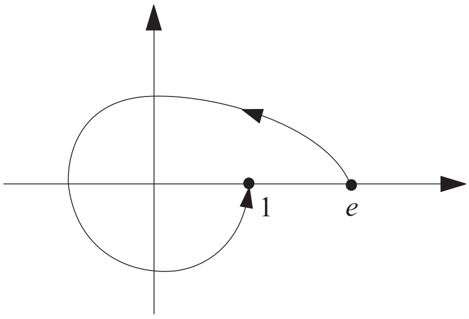
Definição: Uma função $f\colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ é contínua num ponto $a \in \mathbb{R}^n$ quando, para todo $\epsilon > 0$ existe $\delta > 0$ tal que $|x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(a)| < \epsilon$.

10

Sejam $\vec{F} : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ um campo conservativo, $\varphi: D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função potencial de $\vec{F}$ e $\gamma : [a, b] \to D$ uma curva regular de classe C^1.

a) Mostre que o trabalho realizado por $\vec{F}$ sobre γ é dado por $\varphi\left(\gamma(b)\right) - \varphi\left(\gamma(a)\right)$. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Calcule o trabalho realizado pelo campo $\vec{F}(x, y) = \left(\dfrac{x}{x^2+y^2}, \dfrac{y}{x^2+y^2}\right)$ sobre a curva esboçada abaixo. **(valor: 10,0 pontos)**



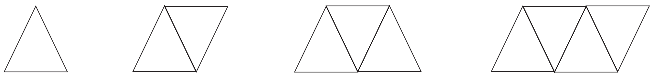
Definições: Um campo vetorial $\vec{F} : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ diz-se conservativo (ou gradiente) se existe $\varphi : D \to \mathbb{R}$, de classe C^1, tal que $\vec{\nabla} \varphi = \vec{F}$ em todo ponto de D. Uma tal φ chama-se função potencial. O trabalho realizado por um campo de vetores sobre uma curva $\gamma : [a, b] \to D$ é dado por $\int_a^b \vec{F}\left(\gamma(t)\right) . \vec{\gamma}'(t)\,dt$.

PARTE C

QUESTÕES ABERTAS ESPECÍFICAS PARA OS FORMANDOS DE LICENCIATURA

11

Temos abaixo uma seqüência de triângulos construídos com palitos.



....

Foi proposto a uma turma o desafio de escrever uma expressão algébrica que representasse o número ***P*** de palitos necessários para formar um número ***n*** de triângulos.
Os alunos usaram palitos para construir alguns triângulos e registraram os seguintes valores na tabela.

N° Triângulos (n)	**1**	**2**	**3**	**4**
N° Palitos (P)	**3**	**5**	**7**	**9**

Depois disso,

- o aluno A disse:

"Observei a tabela e concluí que o número de palitos é o dobro do número de triângulos mais 1*".*

e escreveu: $P = 2n + 1$;

- o aluno B disse:

"Ao formar os triângulos, percebi que para o primeiro foram usados 3 *palitos; a partir do segundo triângulo, foram sempre usados* 2 *palitos para cada um",*

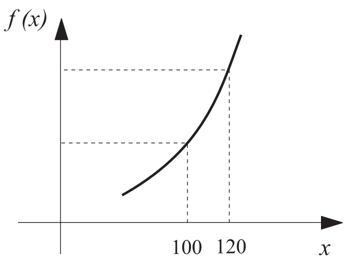
e escreveu: $P = 3 + 2.\,(n - 1)$.

Analisando as conclusões dos dois alunos, responda às perguntas abaixo.

a) Quem observou padrões de regularidade na situação: A, B ou ambos? Justifique. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Quem justificou satisfatoriamente as suas conclusões: A, B ou ambos? Justifique. **(valor: 10,0 pontos)**

12



O gráfico da função $f(x)$ é dado acima. Sabe-se que f é contínua, mas só se conhecem, exatamente, os seus valores nos pontos indicados. Assim sendo, perguntou-se a dois alunos o valor de $f\,(110)$.

A respondeu: $\quad 100 \quad - \quad f(100) \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{110 \times f(100)}{100}$

$\quad\quad\quad\quad 110 \quad - \quad y$

B respondeu: $\quad 120 \quad - \quad f(120) \quad \rightarrow \quad y = \dfrac{110 \times f(120)}{120}$

$\quad\quad\quad\quad 110 \quad - \quad y$

Os alunos se surpreenderam ao encontrar resultados diferentes.

Com base em todo o exposto, atenda às solicitações abaixo.

a) Algum dos dois alunos determinou o valor correto de $f\,(110)$? Por quê ? **(valor: 10,0 pontos)**

b) Dê o gráfico de uma função f para a qual o método usado pelo aluno A estaria correto. **(valor: 10,0 pontos)**

13

A um aluno foi pedido um esboço da demonstração do seguinte teorema:

*"Se uma reta **r** contém a interseção das diagonais de um paralelogramo, então **r** divide esse paralelogramo em duas regiões de mesma área".*

Observe a sua resposta.

"Considera-se o paralelogramo ABCD de diagonais AC e *BD, cuja interseção é o ponto P, e uma reta **r**, paralela a AB, contendo P, que corta os lados AD e BC do paralelogramo nos pontos M e N, respectivamente.*
Prova-se que cada um dos três triângulos que compõem o quadrilátero ABNM é congruente a um dos três triângulos que compõem o quadrilátero DMNC.
Como figuras congruentes têm áreas iguais, segue-se que a área de ABNM é igual à de DMNC."

Se tivesse de corrigir esta tarefa, você a consideraria correta (sem levar em conta o seu nível de detalhamento)? Justifique.

(valor: 20,0 pontos)

14

"Estudos e experiências evidenciam que a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da Matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação."

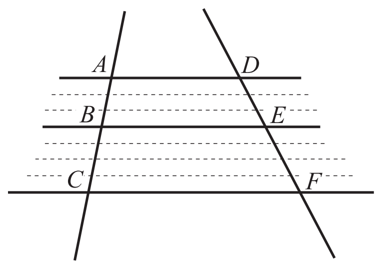
In. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática

Dê dois exemplos concretos de situações em que, de acordo com o trecho acima, a calculadora pode ser usada como recurso didático no Ensino Fundamental ou Médio da Matemática. **(valor: 20,0 pontos)**

15

Teorema de Tales

"Se três retas paralelas r, s e t cortam duas transversais m e n nos pontos A, B, C e $D, E, F,$ respectivamente, então as razões $\frac{AB}{BC}$ e $\frac{DE}{EF}$ são iguais." (ver figura).



A demonstração do Teorema de Tales usualmente encontrada nos textos para o ensino fundamental segue duas etapas.

I - Prova-se que, se $AB = BC$, então $DE = EF$.

II - Supondo que $AB \neq BC$, considera-se um segmento de comprimento $\boldsymbol{u}$ tal que:

$AB = p.\boldsymbol{u}$ e $BC = q.\boldsymbol{u}$, sendo $p,q \in \mathbb{N}, p \neq q$.

Utiliza-se, então, o resultado da etapa I para concluir que as paralelas pelos pontos de subdivisão de AB e BC dividirão também DE e EF em partes iguais (de comprimento $\boldsymbol{u}'$). Daí, conclui-se que: $\frac{AB}{BC} = \frac{p}{q} = \frac{DE}{EF}$.

a) Este tipo de demonstração abrange os casos nos quais $\frac{AB}{BC}$ é natural? racional? real qualquer? Justifique. **(valor: 10,0 pontos)**

b) Cite dois exemplos de conteúdos da geometria elementar cujo ensino utilize o Teorema de Tales. **(valor: 10,0 pontos)**

As questões abaixo visam a levantar sua opinião sobre a qualidade e a adequação da prova que você acabou de realizar. Assinale as alternativas correspondentes à sua opinião nos espaços próprios (parte inferior) do Cartão-Resposta.
Agradecemos sua colaboração em respondê-las.

31

Segundo a sua visão, e levando em conta o que você vivenciou durante o seu curso, qual o grau de dificuldade desta prova?
(A) Muito fácil.
(B) Fácil.
(C) Médio.
(D) Difícil.
(E) Muito difícil.

32

Quanto à sua extensão, como você considera a prova?
(A) Muito longa.
(B) Longa.
(C) Adequada.
(D) Curta.
(E) Muito curta.

33

Para você, como foi o tempo destinado à resolução da prova?
(A) Excessivo.
(B) Pouco mais que suficiente.
(C) Suficiente.
(D) Quase suficiente.
(E) Insuficiente.

34

Você considera que, na sua elaboração, os enunciados da prova apresentam clareza e objetividade?
(A) Sim, todos os enunciados apresentam.
(B) Sim, a maioria dos enunciados apresenta.
(C) Sim, mas apenas cerca da metade dos enunciados apresenta.
(D) Não, muito poucos enunciados apresentam.
(E) Não, nenhum dos enunciados apresenta.

35

Como você considera as informações fornecidas em cada questão para a sua resolução?
(A) Sempre excessivas.
(B) Sempre suficientes.
(C) Suficientes na maioria das vezes.
(D) Suficientes somente em alguns casos.
(E) Sempre insuficientes.

36

Em que medida os conteúdos abordados nesta prova foram trabalhados no seu curso?
(A) A grande maioria, com profundidade.
(B) Muitos, com razoável profundidade e alguns, de forma superficial.
(C) Muitos, de forma superficial e alguns, com razoável profundidade.
(D) A grande maioria, de forma superficial.
(E) A maioria sequer foi trabalhada no meu curso.

37

Como você avalia a adequação da prova aos conteúdos definidos para o Provão/99 desse curso?
(A) Com abrangência ampla e abordagem adequada.
(B) Com abrangência ampla, mas com abordagem inadequada.
(C) Com abrangência parcial, mas com abordagem adequada.
(D) Totalmente inadequada.
(E) Desconheço os conteúdos definidos para o Provão/99.

38

Como você avalia a adequação da prova para verificar as habilidades que deveriam ter sido desenvolvidas durante o curso, conforme definido para o Provão/99?
(A) Plenamente adequada.
(B) Medianamente adequada.
(C) Pouco adequada.
(D) Totalmente inadequada.
(E) Desconheço as habilidades definidas para o Provão/99.

39

Como você considera a coerência entre a prova e o perfil do graduando tomado como referência para o Provão/99?
(A) A prova guarda total coerência com o perfil esperado do graduando.
(B) A prova guarda razoável coerência com o perfil esperado do graduando.
(C) A prova demonstra pouca coerência com o perfil esperado do graduando.
(D) A prova não demonstra coerência com o perfil esperado do graduando.
(E) Desconheço o perfil esperado do graduando, tomado como referência para o Provão/99.

40

Com que tipo de problema você se deparou *mais freqüentemente* ao responder a esta prova?
(A) Desconhecimento de conteúdo: temas não abordados em meu curso.
(B) Desconhecimento de conteúdo: temas abordados no curso, mas não estudados por mim.
(C) Dificuldade de trazer a resposta à tona da memória, porque o conteúdo foi estudado há muito tempo.
(D) Espaço insuficiente para responder às questões.
(E) Não tive qualquer tipo de dificuldade para responder à prova.